

1.8 RELACIONES ENTRE VARIABLES

Se denomina función a la regla o ley que asigna a cada elemento de un conjunto A, al menos, un elemento correspondiente en otro conjunto B. Por ejemplo, si dos conjuntos cuyos elementos se relacionan uno a uno como se muestra en la tabla 1.4, entonces podemos decir que la función entre A y B es la siguiente: "B es el doble de A", la cual se puede representar en forma matemática " $B = 2A$ ".

Tabla 1.4

A	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0
B	2.0	4.0	6.0	8.0	10

$$B = 2A$$

Si en un intervalo los elementos de un conjunto van cambiando decimos que son variables, de lo contrario (si no cambian) decimos que son constantes. Las funciones no necesariamente son sencillas (como el ejemplo anterior). Estas dependen del tipo de correspondencia que existe entre los elementos de los conjuntos dados. Si denotamos a la variable del segundo conjunto con la letra "y" y a la variable del primer conjunto con la letra "x", decimos que: "y es una función de x". En este caso decimos que hay una función de 1 sola variable, y se escribe así: $y = f(x)$.

A "x" se le llama variable independiente (VI) y a "y" variable dependiente (VD). Al conjunto de valores que puede tomar "x" se le llama dominio y al que puede tomar "y" se le llama rango.

Puede ocurrir que tengamos una función más compleja, en la cual los elementos de un conjunto que llamamos "z" dependan de los elementos de dos conjuntos "x" y "y". En este caso decimos que hay una función de 2 variables y esto se indica: $z = f(x, y)$.

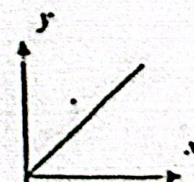
Si la dependencia fuera de los elementos de 3 conjuntos, diríamos que hay una función de 3 variables, y esto se indica: $z = f(x, y, w)$.

1.8.1 PROPORCIONALIDAD DIRECTA:

✓ Si dos variables "x" y "y" relacionan de forma que:

$$\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = \dots = \frac{y_n}{x_n} = \text{constante}$$

✓ Y al graficar $y = f(x)$ se obtiene.



✓ Entonces existe una proporcionalidad directa entre las variables. Lo que se indica de la forma:

$$y \propto x$$

Se designa como proporcionalidad directa a la función en la cual el cociente (o razón) de los valores correspondientes a dos variables "x" y "y" es una constante.

De lo anterior se deduce que la expresión matemática de este tipo de relación es:

$$\frac{y}{x} = k$$

A la constante "k" se le denomina constante de proporcionalidad y no es más que la razón a la que cambia "y" con respecto a "x".

La gráfica de esta función es una línea recta inclinada subiendo hacia la derecha que pasa por el origen.

** Las imágenes fueron seleccionada de la galería de imágenes de google.

2

FISICA BASICA

FISICA, MEDICIONES Y VECTORES

Para determinar la constante de proporcionalidad, se toman dos puntos cualesquiera de la grafica (o de la tabla), y se realiza el cociente entre la diferencia de los valores de la variable dependiente entre la diferencia de los valores de la variable independiente.

✓ Para determinar el valor de la pendiente ó constante de proporcionalidad, se opera como sigue.

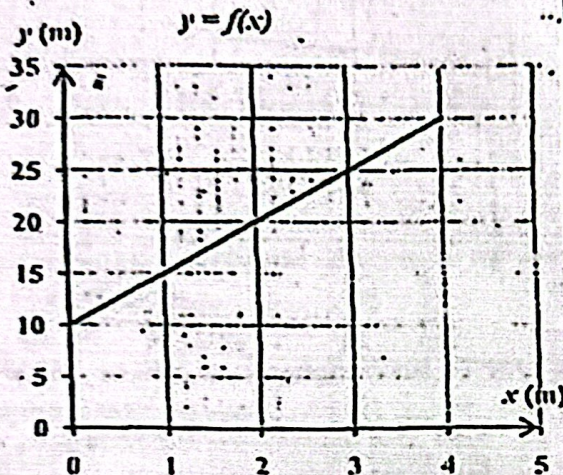
$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Ejemplo 1.18

Dada la siguiente tabla:

y (m)	10	15	20	25	30
x (m)	0	1	2	3	4

a) Construir la grafica,



b) Determinar las constantes.

✓ La constante aditiva se puede observar en el grafico o en la tabla, es el valor de "y" cuando "x=0"

$$A = 10 \text{ m}$$

✓ Para el valor de la pendiente ó constante proporcionalidad, se localizan dos puntos en la grafica o en la tabla.

$$p_1 = (x_1, y_1) \text{ y } p_2 = (x_2, y_2)$$

✓ Y luego:

$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{15 - 10}{1 - 0} = \frac{20 - 10}{2 - 0} = \frac{30 - 15}{4 - 1}$$

$$k = 5$$

c) Escribir la ecuación correspondiente

$$y = kx + A$$

$$y = 5x + 10$$

1.8.3 PROPORCIONALIDAD DIRECTA CON EL CUADRADO:

Llamamos proporcionalidad directa con el cuadrado a la función en la cual el cociente (o razón) de los valores correspondientes a dos variables "x" y "y" es una constante.

De lo anterior se concluye la expresión matemática que relaciona las variables.

$$\frac{y}{x^2} = k \text{ o } y = kx^2$$

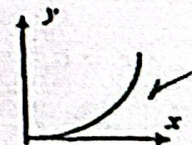
La grafica de esta relación es una curva llamada parábola, la cual tiene su vértice en el origen.

✓ Si dos variables "x" y "y", se observa que:

$$\frac{y_1}{x_1^2} = \frac{y_2}{x_2^2} = \dots = \frac{y_n}{x_n^2} = \text{constante}$$

✓ Y la grafica $y = f(x)$ es

"parábola"

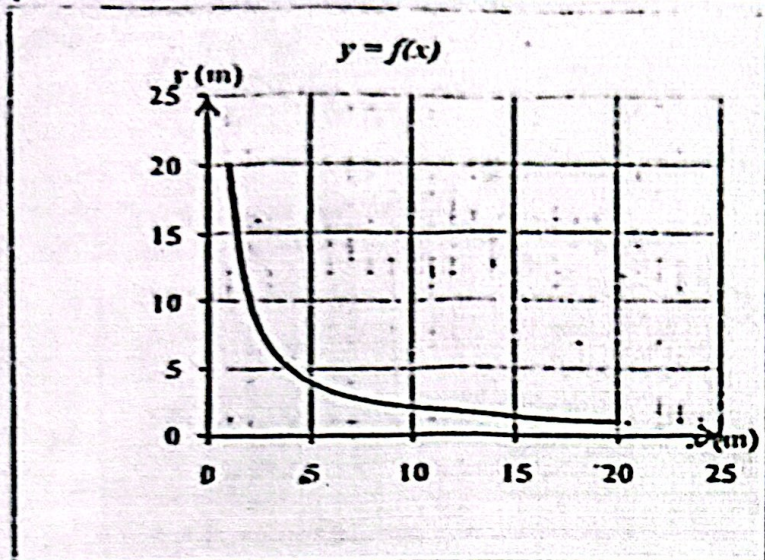


✓ Entonces existe una proporcionalidad directa con el cuadrado entre las variables. Lo que se indica de la forma:

$$y \propto x^2$$

•• Las imágenes fueron seleccionada de la galería de imágenes de google.

3



b) Determinar el valor de la constante de proporcionalidad.

$$k = yx = (20)(1) = (5)(4) = (2)(10)$$

$$\underline{\underline{k = 20}}$$

c) Escribir la ecuación correspondiente

$$yx = k \quad \text{o} \quad y = \frac{k}{x}$$

$$\therefore \quad \underline{\underline{y = \frac{20}{x}}}$$

• Procedimiento para determinar el tipo de relación entre las variables de una tabla sin construir la grafica:

a) La relación es una proporcionalidad directa si al dividir cada valor de "y" entre el correspondiente valor de "x" se obtiene el mismo valor, ya que:

$$\frac{y}{x} = k$$

b) La relación es una proporcionalidad directa con el cuadrado si al dividir cada valor de "y" entre el cuadrado del correspondiente valor de "x" se obtiene el mismo valor, ya que:

$$\frac{y}{x^2} = k$$

c) La relación es una proporcionalidad inversa si al multiplicar cada valor de "y" por el correspondiente valor de "x" se obtiene el mismo valor, porque en esta relación:

$$yx = k$$

d) La relación es una variación lineal si la constante aditiva (A) es distinta de cero (esto es lo primero). Lo segundo que hay que hacer es calcular la constante de proporcionalidad (k) con el primer punto y cada uno de los puntos siguientes de la tabla, si siempre se obtiene el mismo valor entonces es suficiente para que podamos decir que la relación es una variación lineal.

$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

• Las imágenes fueron seleccionada de la galería de imágenes de google.

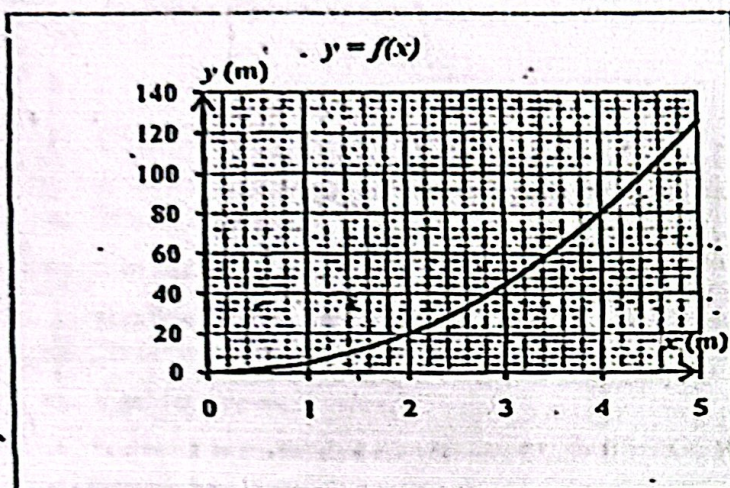
4

Ejemplo 1.19

Dada la siguiente tabla:

a) Construir la grafica,

y(m)	0	5	20	45	80	125
x(m)	0	1	2	3	4	5



b) Determinar el valor de la constante de proporcionalidad.

$$k = \frac{y}{x^2} = \frac{5}{1} = \frac{20}{4} = \frac{45}{9} = \frac{125}{25} = 5$$

$$\underline{k = 5}$$

c) Escribir la ecuación correspondiente

$$\frac{y}{x^2} = k \quad \text{o} \quad y = kx^2$$

$$\underline{y = 5x^2}$$

1.8.4 PROPORCIONALIDAD INVERSA:

Se conoce como proporcionalidad inversa a la función en la cual el producto de los valores correspondientes a dos variables "x" y "y" es una constante.

✓ Si dos variables "x" y "y", se observa que:

$$y_1 x_1 = y_2 x_2 = \dots = \text{constante}$$

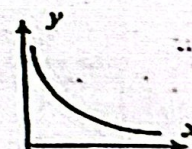
De lo anterior se concluye la expresión matemática que relaciona las variables.

✓ Y al graficar $y = f(x)$ se obtiene.

$$k = yx \quad \text{o} \quad y = \frac{k}{x}$$

La grafica de esta función es una curva llamada hipérbola.

"hipérbola"



Ejemplo 1.20

Dada la siguiente:

a) Construir la grafica,

b) Determinar la constante,

c) Escribir la ecuación correspondiente.

y(m)	20	10	5	4	2	1
x(m)	1	2	4	5	10	20

A(m)	0	6	12	18		36.5
B(m)	0	2	4	6	10.5	

✓ Entonces existe una proporcionalidad inversa entre las variables. Lo que se indica de la forma:

$$y \propto \frac{1}{x}$$

• Las imágenes fueron seleccionada de la galería de imágenes de google.

EJERCICIOS PROPUESTOS

- Escriba estos números en notación científica:

 - 0.0000682
 - 48009387921.88
 - 5000000000
 - 0.0000287
- Realice estas operaciones:

 - $(3.5 \times 10^{-3}) + (6.7 \times 10^{-1})$
 - $(4.0 \times 10^5) \times (3.0 \times 10^{-2})$
 - $(6.0 \times 10^{-1}) - (2.0 \times 10^2)$
 - $(3.0 \times 10^4)^3$
 - $\sqrt{(4.0 \times 10^0)}$
- Expresé cada una de las siguientes medidas usando el prefijo solicitado:

 - 2000 g (use kilo):
 - 5 m (use centi):
 - 80000 volt (use Mega):
 - 4 ampere (use mili):
- Realice las conversiones de unidades requeridas:

 - 20 m (convertir a "pie"):
 - 5 m³ (convertir a "litro"):
 - 45 m/s (convertir a "km/h"):
 - 3 hora (convertir a "segundo"):
- Indique la cantidad de cifras significativas de cada medida:

 - 0.0020 kg:
 - 3.05×10^6 m³
 - 0.4 m
 - 30.04 ampere
- Resuelva estas operaciones tomando en cuenta las cifras significativas:

 - $(5.73 \text{ volt}) + (3.8 \text{ volt})$
 - $(4 \text{ m}) \times (3.5 \text{ m}) \times (0.750 \text{ m})$
 - $(6 \text{ pie}) \times 3.14$
 - $(30 \text{ m})^2$
- Analice cada una de las tablas siguientes. Determine el tipo de relación, el valor de la constante, y escriba la ecuación matemática correspondiente:

 - | | | | | |
|------|----|---|---|----|
| x(m) | 10 | 5 | 2 | 1 |
| y(m) | 1 | 2 | 5 | 10 |
 - | | | | | | |
|------|---|----|----|----|----|
| y(m) | 0 | 10 | 20 | 30 | 40 |
| x(m) | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
 - | | | | | | | |
|------|---|---|----|----|----|-----|
| x(m) | 0 | 4 | 16 | 36 | 64 | 100 |
| y(m) | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
 - | | | | | | |
|------|-----|-----|-----|-----|-----|
| y(m) | 100 | 110 | 120 | 130 | 140 |
| x(m) | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
- Cambie la forma de cada vector (de polar a rectangular, y viceversa) según sea necesario:

 - $\vec{v} = 5 \text{ m/s}, 70^\circ$
 - $\vec{r} = (3.0 \text{ m}, 4.0 \text{ m})$
 - $\vec{a} = 9.8 \text{ m/s}^2, 270^\circ$
 - $\vec{F} = (8.5 \text{ N}, 6.5 \text{ N})$
- Sumé los vectores dados en cada caso:

 - $\vec{A} = (5.0 \frac{\text{m}}{\text{s}}, 70^\circ)$; $\vec{B} = (3.0 \text{ m/s}, 120^\circ)$
 - $\vec{A} = (3.0 \text{ m}, 4.0 \text{ m})$; $\vec{B} = (-2.0 \text{ m}, 1.0 \text{ m})$
 - $\vec{A} = (6.0 \text{ N}, 0.0 \text{ N})$; $\vec{B} = (10.0 \text{ N}, 0.0^\circ)$

** Las imagenes fueron seleccionada de la galeria de imágenes de google.

(6)

②

Derqi Durán

Relaciones entre magnitudes físicas: Física I.Definiciones:

2) Magnitudes Escalares: Son aquellas que se expresan a través de un número y su unidad de medida. Ej: 4kg; 150km, 6litros entre otras.

3) Magnitudes Vectoriales: Son aquellas que además de estar expresada mediante un número y su unidad. Poseen una dirección y sentido, definidos por un ángulo. Ejemplo: - La Fuerza aplicada - la aceleración - la Velocidad, entre otros.

La relación entre dos magnitudes físicas se manifiesta a través de una función, que se define como: una relación matemática entre dos o más magnitudes. Estas relaciones pueden ser:

* Proporcionalidad directa:

dos magnitudes son directamente proporcionales cuando al aumentar o disminuir una la otra aumenta o disminuye en la misma proporción. Esto implica que su cociente es una constante, determinado por la expresión: $\frac{y}{x} = k$
Nota: Su representación gráfica es una línea recta que pasa por el origen de coordenadas. Ejemplo:

Si almacenamos agua en un objeto cilíndrico, tenemos los datos:
En 3 segundos almacenamos 12 litros

" 6 " " " 24 litros

" 9 " " " 36 litros

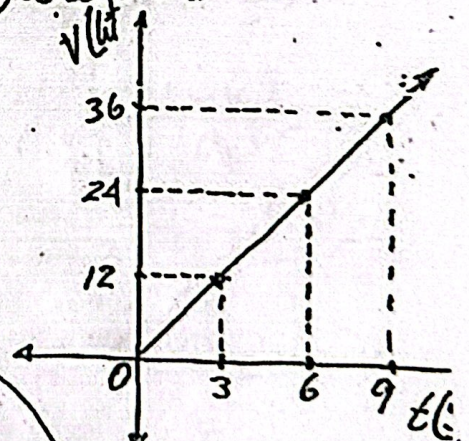
Entonces podemos decir que hay una proporcionalidad directa porque:

$$\frac{12 \text{ lt}}{3 \text{ seg}} = \frac{24 \text{ lt}}{6 \text{ seg}} = \frac{36 \text{ lt}}{9 \text{ seg}} = 4 \text{ lit/seg}$$

La constante de proporcionalidad es

$k = 4 \text{ lit/seg}$; su representación gráfica

Volumen - tiempo, usando una escala de 1cm : 3 segundos y 1cm : 12 litros



la ecuación es:

$$\frac{V}{t} = k$$

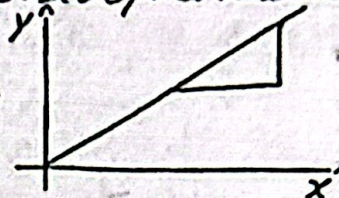
$$V = k \cdot t \text{ o } V = 4$$

(7)

③ Pendiente en una gráfica - Definición:

La Pendiente o inclinación de una recta se define mediante la expresión

$$\text{Pendiente} \Rightarrow \frac{\Delta Y}{\Delta X} = \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1}$$



$$\Delta Y = Y_2 - Y_1$$

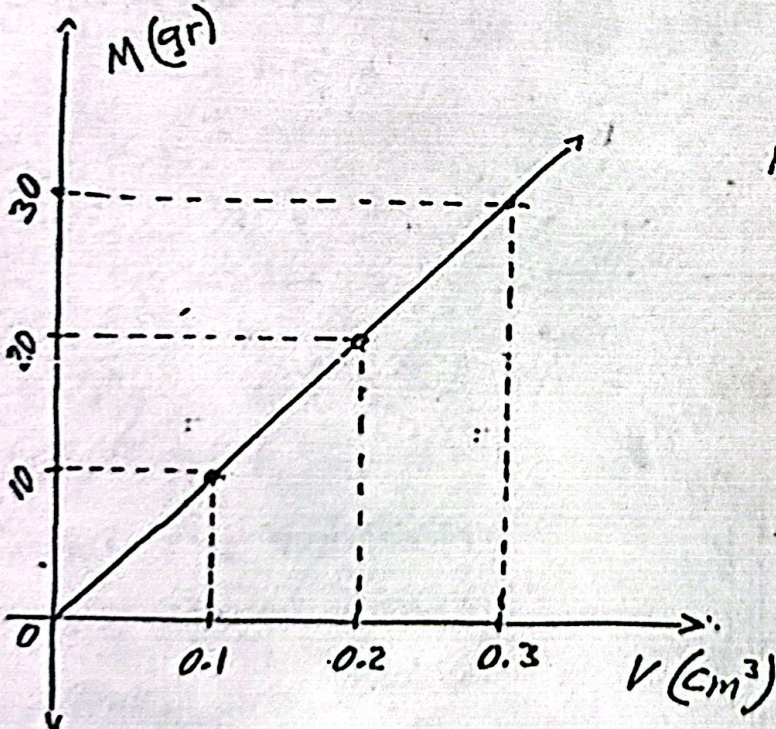
$$\Delta X = X_2 - X_1$$

Nota: En un gráfico de Proporcionalidad directa, la Constante K, viene siendo Pendiente de la recta. Ejemplo:

Δ, significa diferencia

En el siguiente gráfico nos muestra una relación matemática entre las magnitudes físicas, masa medida en gramos y el volumen medido en c.c. (centímetros cúbicos).

Determinamos la Pendiente o constante y veremos, que aquí tomar diferentes valores correspondientes ambas magnitudes obteniendo el mismo resultado.



$$K = \frac{\Delta M}{\Delta V} = \frac{30g - 0g}{0.3\text{cm}^3 - 0\text{cm}^3}$$

$$K = \frac{30g}{0.3\text{cm}^3} = 100g/\text{cm}^3$$

$$K = \frac{\Delta M}{\Delta V} = \frac{30g - 20g}{0.3\text{cm}^3 - 0.2\text{cm}^3}$$

$$K = \frac{10}{0.1} = 100g/\text{cm}^3$$

$$K = \frac{\Delta M}{\Delta V} = \frac{30g - 10g}{0.3 - 0.1}$$

$$K = \frac{20}{0.2} = 100g/\text{cm}^3$$

8

ProPorcionalidad InVersa: Definición

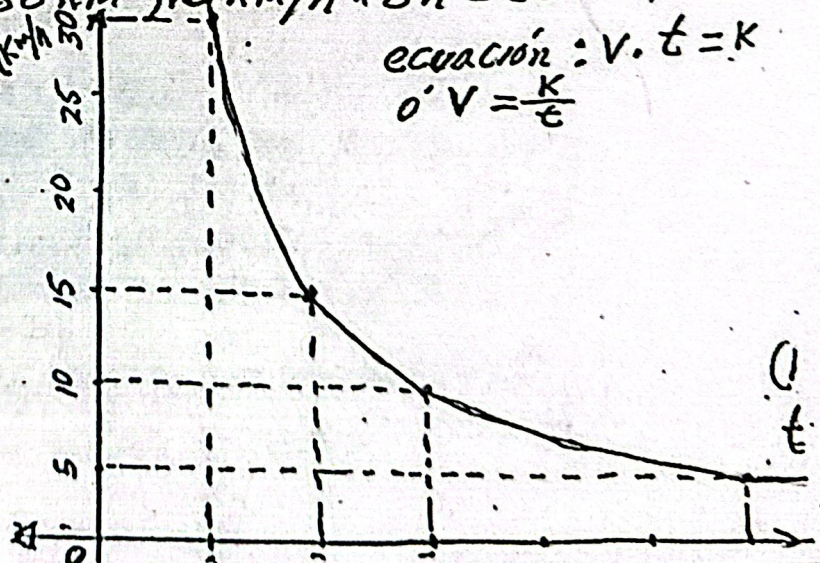
Dos magnitudes físicas, expresada en "y" e "x" son inversamente ProPorcionales. Cuando al aumentar una la otra entonces disminuye en igual proporción, es decir, $y \propto \frac{1}{x}$, esto implica que su producto es una constante que viene dada por la expresión matemática. $x \cdot y = k$.
 Su representación gráfica es una cónica, es decir, una línea curva que une todas las Puntos de coordenada que indican la relación. Ejemplo: si tres carros recorren un mismo recorrido de 30 km a diferentes velocidades y representan los siguiente resultado.

Si $V_A = 30 \text{ km/h}$, duro $t_A = 1 \text{ h}$
 Si $V_B = 15 \text{ km/h}$ duro $t_B = 2 \text{ h}$
 Si $V_C = 10 \text{ km/h}$ " $t_C = 3 \text{ h}$
 Si $V_D = 5 \text{ km/h}$ " $t_D = 6 \text{ h}$

V	30	15	10	5	Km/h
t	1	2	3	6	h

¿Qué Tipo de ProPorcionalidad hay entre la Velocidad y el tiempo?
 En este caso, existe una proPorcionalidad inversa, ya que al aumentar una variable la otra se va reduciendo, también se puede encontrar que al multiplicar ambas variables o magnitudes resulta ser una constante, es decir, que $30 \text{ km/h} \times 1 \text{ h} = 30 \text{ km}$, $15 \text{ km/h} \times 2 \text{ h} = 30 \text{ km}$, $10 \text{ km/h} \times 3 \text{ h} = 30 \text{ km}$, $5 \text{ km/h} \times 6 \text{ h} = 30 \text{ km}$.

Tomando una escala de:
 1 cm : 5 km/h Para la V
 1 cm : 1 h Para el t
 si obtenemos el gráfico de esta relación:

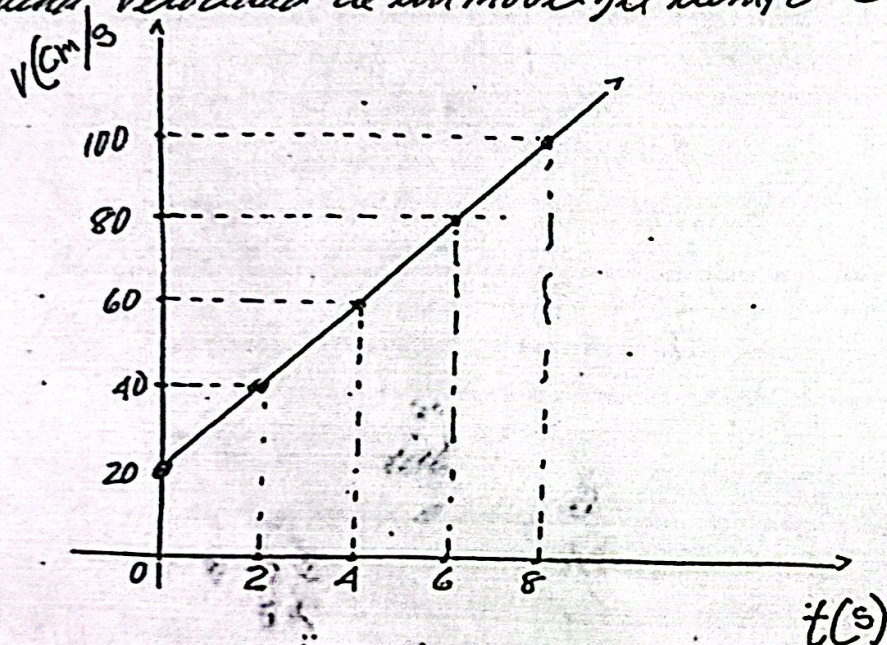


⑨

Variación Lineal

Siempre que representamos gráficamente los valores de dos variables o magnitudes y obtenemos una gráfica rectilínea que no pasa por el origen de coordenadas, entonces tenemos una variación lineal. Esto significa, que si la magnitud expresada en el eje "y" varía linealmente con la magnitud expresada en "x", la relación matemática es: $y = kx + b$; Donde "k" es la constante de Proporcionalidad o Pendiente y "b" representa la constante aditiva, es decir, el valor de "y" cuando $x = 0$.

Se muestra a continuación el siguiente gráfico donde se ilustra la magnitud Velocidad de un móvil en el tiempo t empleando un instrumento.



¿Cuál es la relación entre ambas variables (magnitudes)?

Existe una variación lineal de forma que $y = kx + b$.

¿Cuál es la constante aditiva? es 20 cm/s

¿Cuál es el valor de la constante de Proporcionalidad?

$$k = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{100 \text{ cm/s} - 20 \text{ cm/s}}{8 \text{ s} - 0 \text{ s}} = 10 \text{ cm/s}^2$$

¿Cuál es la ecuación que relaciona a las variables?

$$\text{Es: } V = 10 \cdot t + 20 \implies y = kx + b$$

Punto II

Relación de dos magnitudes físicas: Distancia (kms) y el tiempo (horas)

D(km)	60	30	20	15	13.33	6.25
t(h)	1	2	3	4	4.5	9.6

Nota: En esta relación se observa que los valores de ambas magnitudes son inversamente proporcional ya que una comienza 60 km y otra en una hora, a partir de estos valores iniciales, la distancia comienza a disminuir y el tiempo aumenta.

a) Valor de la K.

K = multiplicamos

$$K = D(\text{km}) (t(\text{h}))$$

$$K = (60)(1) \Rightarrow K = 60$$

b) ecuación: despejamos la magnitud dependiente de la independiente. es decir, la D del t $\Rightarrow \frac{K}{t} = \frac{D \cdot t}{t} \Rightarrow$ la ecuación es:

$$D = \frac{K}{t} \Rightarrow y = \frac{K}{x} \rightarrow \text{Para obtener la relación gráfica}$$

con la ecuación se llenan los espacios en blanco que se encuentran en el cuadro: $D = \frac{K}{t} \Rightarrow \frac{13.33}{1} = \frac{60}{t} \Rightarrow t = \frac{60}{13.33}$

$$D = \frac{60}{9.6} =$$

$$t = 4.5$$

Nota: Comprueba multiplicando y te dará la K = 60

$$Ej: K = (60)(1)$$

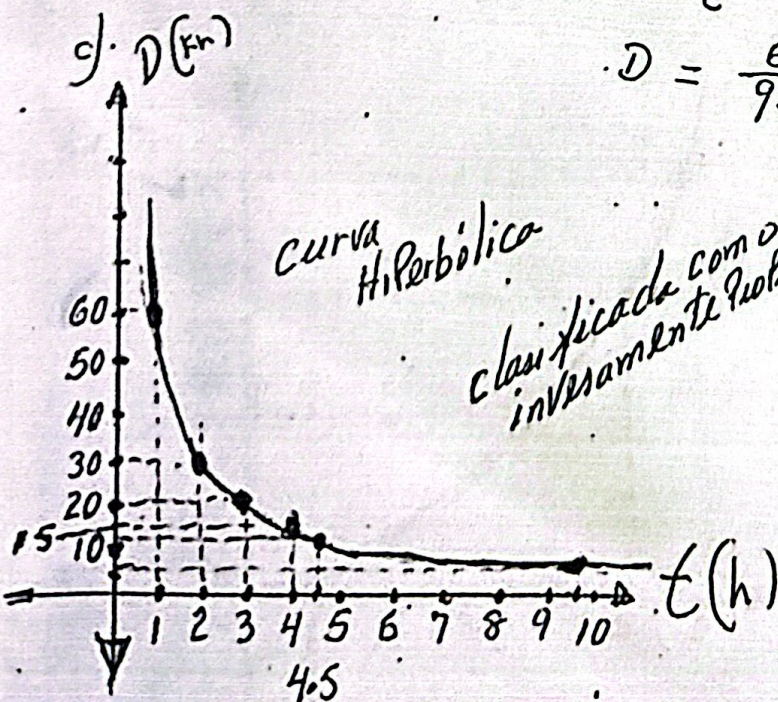
$$(30)(2)$$

$$(20)(3) \neq 60$$

$$(15)(4)$$

$$(13.33)(4.5)$$

$$(6.25)(9.6)$$



III Relación entre las magnitudes; números de lozas con la superficie medida en metro cuadrado.

# Lozas	25	100	400	625	900
Sup _{m²}	1	2	4	5	6

Nota: En esta relación, ambas magnitudes van aumentando Proportionalmente, es decir, el número de lozas es aumentado en relación con la superficie cuadrada, por tal razón son directamente Proportional. En este caso la Constante se obtiene dividiendo Variable dependiente (# de lozas) entre Variable independiente (Superficie cuadrada):

$$\text{así } K = \frac{\#L}{S^2}$$

a) Valor de la constante K

$$K = \frac{\#L}{S^2} = \frac{25}{1^2} = \frac{25}{1} = 25$$

$$K = \frac{100}{2^2} = \frac{100}{4} = 25$$

$$K = \frac{400}{4^2} = \frac{400}{16} = 25$$

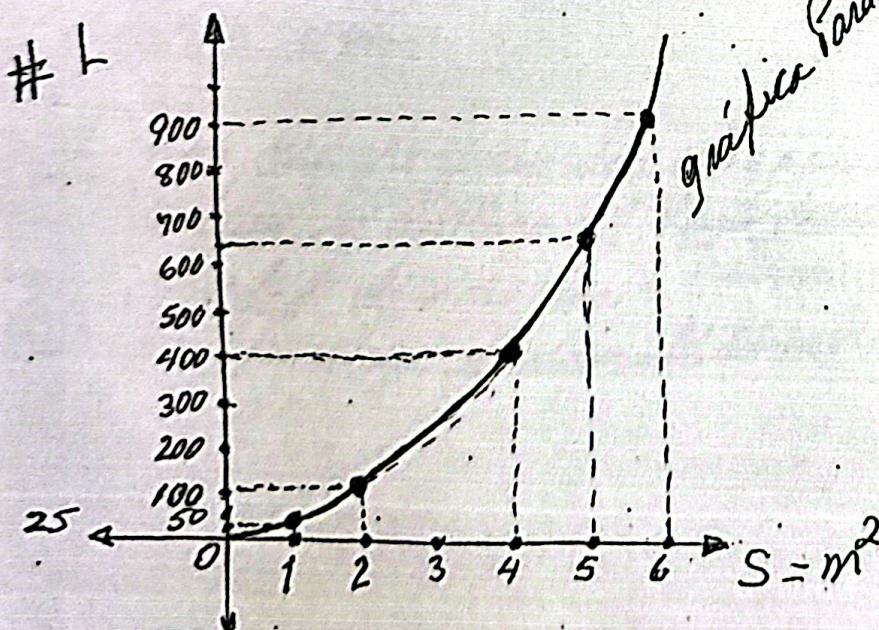
$$K = \frac{625}{5^2} = \frac{625}{25} = 25$$

$$K = \frac{L}{S^2} \Rightarrow L = K(S^2)$$

$$L = 25(6^2) \Rightarrow L = 25(36) = 900$$

b) Ecuación: $K = \frac{L}{S^2} \Rightarrow L = K \cdot S^2$ ecuación

c) gráfica:



d) Clasificado como una relación directamente Proportional, de una magnitud con el cuadrado de otra.

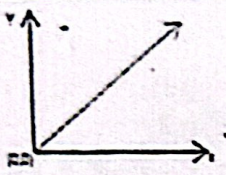
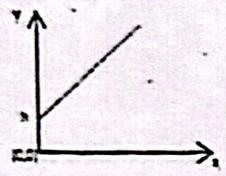
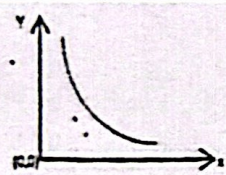
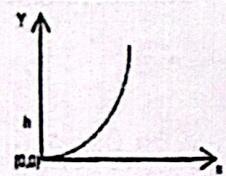
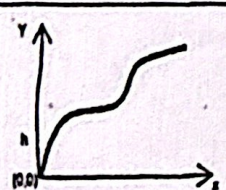
lozas en Superficie cuadrada

$$\frac{L}{m^2} = K$$

a: Este Trabajo de investigación es Para entregarlo en la Proxima Clase.

Resuelve

- I Al medir cuatro veces la Presión arterial a una persona se obtienen las magnitudes siguientes: 140 N/cm^2 , 138 N/cm^2 , 125 N/cm^2 y 160 N/cm^2 . Determinar el margen de error atorno del Valor porcentual expresando el resultado $\bar{E}_a \pm \bar{x}$. (Valor de este punto es de 2)
- II Si el nivel de glucosa en la sangre de un adulto Promedio es 0.083 libras ¿Cuánto es en Kg. y gr.. (Valor "3")
- III Analizar cada una de la tabla que socializan las relaciones entre magnitudes físicas. Determinar.
- a) Tipo de relación.
 - b) Valor de la Constante.
 - c) Ecuación correspondiente
 - d) El gráfico en cada caso.
- Valor 9 Ptos
- I
- | | | | | | |
|------|---|---|----|----|-----|
| y(m) | 0 | 4 | 16 | 36 | 100 |
| x(m) | 0 | 1 | 2 | 4 | 25 |
- y(m) con el Cuadrado de la x(m)
- II
- | | | | | | | | |
|------|-----|----|----|----|----|------|----|
| y(m) | 120 | 60 | 40 | 30 | 24 | | 10 |
| x(m) | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 12.5 | |
- III
- | | | | | | |
|----------------------|---|-----|-----|-----|-----|
| M (Kg) | 0 | 100 | 200 | 300 | |
| V (cm ³) | 0 | 1 | 2 | | 6.5 |
- IV Determinar las componentes rectangulares Fuerzas al aplicar una fuerza de 12.5 N a un cuerpo que ha sido desplazado desde un punto (0,0) con una inclinación de 60° .
Valor 2 Ptos
- V una ave se encuentra ubicada en la coordenada (-5,0) y luego se desplaza al punto de coordenada (9,0) con una velocidad de 2.5 m/s . Determinar la magnitud del tiempo en que realiza su recorrido lineal. Valor 2 Ptos

1 ^{er} paso	2 ^{do} paso	Forma del grafico	Nombre de la relación	Ecuación modelo matemáticos.
	$\frac{y}{x} = K$	Recta inclinada que sale del origen uniendo dos puntos.	Es directamente proporcional $Y \propto X$	$Y = K \cdot X$
	$\frac{y - b}{x} = K$	Recta que no pasa por el origen.	Es variación lineal con Y	$Y = Kx + B$ Siendo B= y cuando x=0
	$X \cdot Y = K$	Curva cónica llamada hipérbole	Es inversamente proporcional	$y = \frac{k}{x}$ ó $y = k \cdot x^{-1}$
	$\frac{y}{x^2} = K$	Curva potencial de 2 ^{do} grado llamada parábola	Es directamente proporcional con el cuadrado de	$y = k x^2$
	$\frac{y}{x^3} = K$	Curva potencial de 3 ^{er} grado	Es directamente proporcional con el cubo de x	$Y = k x^3$